



EOC
EUROASIAN
ONLINE
CONFERENCES

GERMANY CONFERENCE

**INTERNATIONAL CONFERENCE ON
SCIENCE, ENGINEERING AND
TECHNOLOGY**



Google Scholar

zenodo

OpenAIRE

doi digital object
identifier

eoconf.com - from 2024



INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE, ENGINEERING AND TECHNOLOGY:
a collection scientific works of the International scientific conference –
Gamburg, Germany, 2025 Issue 6

Languages of publication: Uzbek, English, Russian, German, Italian, Spanish,

The collection consists of scientific research of scientists, graduate students and students who took part in the International Scientific online conference « **INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE, ENGINEERING AND TECHNOLOGY** ». Which took place in Gamburg, 2025.

Conference proceedings are recommended for scientists and teachers in higher education establishments. They can be used in education, including the process of post - graduate teaching, preparation for obtain bachelors' and masters' degrees. The review of all articles was accomplished by experts, materials are according to authors copyright. The authors are responsible for content, researches results and errors.



BIR O'LCHOVLI ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN FARQ SXEMALARI VA ULARNING BARQARORLIGI

Ne'matullayeva Odinaxon Qahramon qizi,

FarDU amaliy matematika mutaxassisligi magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada doimiy koeffitsientli bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun farq sxemalarini qurish, ularning matematik asoslari hamda amaliy qo'llanilishi masalalari ilmiy jihatdan tahlil qilinadi. Vaqtga bog'liq issiqlik jarayonlarini sonli modellashtirishda keng qo'llaniladigan aniq, to'liq noaniq va simmetrik Krank–Nikolson sxemalarining aproksimatsiya xatosi, aniqligi va barqarorligi masalalari batafsil o'rganiladi. Olingan natijalar matematik fizika tenglamalarini sonli usullar yordamida yechishda hamda muhandislik amaliyotida issiqlik jarayonlarini modellashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi, farq sxemalari, aproksimatsiya, barqarorlik, sonli usullar, Krank–Nikolson sxemasi.

Kirish. Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi matematik fizikaning fundamental differensial tenglamalaridan biri bo'lib, u issiqlik almashinuvi jarayonlarini tavsiflashda muhim rol o'ynaydi. Mazkur tenglama metallurgiya, energetika, qurilish materiallari texnologiyasi, mashinasozlik, kimyo sanoati va boshqa ko'plab sohalarda uchraydigan jarayonlarni modellashtirishda keng qo'llaniladi. Issiqlik tarqalishini to'g'ri tavsiflash texnologik jarayonlarning samaradorligini oshirish va energiya resurslaridan oqilona foydalanishni ta'minlaydi.

Ko'plab amaliy masalalarda issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun analitik yechimlarni topish murakkab yoki imkonsiz bo'lib, bu holatda sonli usullardan foydalanish muqarrar hisoblanadi. Zamonaviy hisoblash texnikasi va dasturiy vositalarning rivojlanishi farq sxemalari asosida qurilgan algoritmlarni amaliy masalalarda keng qo'llash imkonini bermoqda. Shu sababli farq sxemalarining aniqligi va barqarorligini chuqur tahlil qilish dolzarb ilmiy muammo hisoblanadi.

Masalaning matematik qo'yilishi

Quyidagi doimiy koeffitsientli bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini qaraymiz:

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t)$$

bu yerda $u(x, t)$ — temperatura funksiyasi, a — issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti, $f(x, t)$ — tashqi issiqlik manbaini ifodalovchi funksiya.

Mazkur tenglama berilgan to'rtburchak sohada aniqlanib, birinchi chegaraviy va boshlang'ich shartlar bilan to'ldiriladi. Chegaraviy shartlar chegaralarda temperatura qiymatlarining oldindan berilganligini ifodalaydi va fizik jarayonning real sharoitlarini aks ettiradi.



Tadqiqot usullari. Tenglamani sonli yechish uchun fazoviy va vaqt o'qlari bo'yicha bir jinsli setkalar kiritildi. Differensial operatorlar mos ravishda birinchi va ikkinchi tartibli farq operatorlari bilan almashtirildi. Natijada og'irlik sxemasi asosida aniq ($\sigma=0$), to'liq noaniq ($\sigma=1$) va simmetrik Krank–Nikolson ($\sigma=0,5$) farq sxemalari qurildi.

Hosil bo'lgan algebraik tenglamalar sistemasini yechishda progonka usuli qo'llanildi. Farq sxemalarining aproksimatsiya xatosi Teylor qatoriga yoyish orqali baholandi. Barqarorlik masalasi esa o'zgaruvchilarni ajratish va spektral tahlil usullari yordamida o'rganildi.

Sonli tajribalar. Farq sxemalarining samaradorligini baholash maqsadida turli vaqt va fazoviy qadamlar tanlangan holda sonli tajribalar o'tkazildi. Hisoblash natijalari mavjud aniq yechimlar bilan solishtirildi va xatoliklarning qadamlar o'zgarishiga bog'liqligi tahlil qilindi. Tajribalar natijalari Krank–Nikolson sxemasining yuqori aniqlik va barqarorlikni bir vaqtda ta'minlashini ko'rsatdi.

Natijalar. O'tkazilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, aniq farq sxemasi hisoblash jihatidan sodda bo'lsa-da, u shartli barqaror bo'lib, vaqt qadamining fazoviy qadam bilan qat'iy bog'liqligini talab qiladi. To'liq noaniq sxema esa shartsiz barqaror bo'lib, katta qadamlar tanlanganda ham yechimning barqarorligini ta'minlaydi.

Simmetrik Krank–Nikolson sxemasi ikkinchi tartibli aniqlikka ega bo'lib, barqarorlik va aniqlik jihatidan eng samarali sxemalardan biri ekanligi aniqlandi.

Muhokama. Olingan natijalar farq sxemalarini tanlashda hisoblash aniqligi, barqarorlik va algoritmik murakkablikni birgalikda hisobga olish zarurligini ko'rsatadi. Amaliy hisoblashlarda yuqori aniqlik va barqarorlikni ta'minlash uchun simmetrik sxemalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Xulosa. Maqolada bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun farq sxemalari va ularning asosiy xossalari har tomonlama tahlil qilindi. Aniqlik va barqarorlik nuqtai nazaridan Krank–Nikolson sxemasi eng samarali usullardan biri sifatida tavsiya etildi. Olingan ilmiy natijalar matematik fizika va muhandislik masalalarini sonli modellashtirishda keng qo'llanishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Samarskiy A.A. *Farq sxemalari nazariyasi*. — Moskva: Nauka, 1989.
2. Samarskiy A.A., Tixomirov V.M. *Matematik fizika tenglamalari uchun sonli usullar*. — Moskva: Nauka, 1987.
3. Crank J., Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of heat-conduction type equations. — Cambridge, 1947.
4. Thomas J.W. *Numerical Partial Differential Equations*. — Springer, 1995.